

# OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE MOAGEM ATRAVÉS DO CONTROLE ESTATÍSTICO DAS CARACTERÍSTICAS MINERALÓGICAS DE PILHAS DE MINÉRIO DE FERRO

**Robert Cruzoaldo Maria (IFMG)**

robert.maria@ifmg.edu.br

**Lucelia Aparecida Radin (IFMG)**

lucelia.radin@ifmg.edu.br

**Jefferson Januario Mendes (IFMG)**

jeffersonjmendes@gmail.com

**Danilo Augusto Pereira de Sa (IFMG)**

daniloaugustodesa@yahoo.com.br

**Guilherme Alcantara Pinto (IFMG)**

g.alcantara@live.com



*As indústrias de um modo geral, buscam constantemente a redução do consumo de energia e aumento da produtividade em seus processos. No setor de mineração não é diferente. Assim, uma das etapas do processamento mineral que mais consome energia é a moagem. Dentre os parâmetros que interferem tanto na qualidade final do produto quanto no desempenho da moagem, estão as características mineralógicas. Diante deste contexto, propõe-se desenvolver neste trabalho, modelos estatísticos de regressão linear múltipla para variáveis respostas de processos mínero-metalúrgicos (índice de bond - work index e produtividade dos moinhos) de uma mineradora em função dos parâmetros mineralógicos oriundos de pilhas de minérios de ferro. Este estudo foi de grande valia para a melhor compreensão da influência dessas características sobre as variáveis respostas do processo de moagem. Ressalta-se que os modelos desenvolvidos são importantes para o controle e otimização deste processo de modo a reduzir o consumo de energia e aumentar a produtividade, bem como alcançar índices que atendam rigorosamente as especificações dos clientes, sejam eles internos ou externos.*

*Palavras-chave: Regressão Linear; Mineração; Moagem; Controle de Processos.*

## 1. Introdução

O mercado da siderurgia exige que os minérios de ferro utilizados em seus processos possuam características químicas, físicas e mineralógicas dentro de valores pré-estabelecidos, uma vez que essas propriedades estão diretamente relacionadas com o consumo de combustíveis, custos de produtividade e qualidade do produto final. A produção do aço a partir da extração das matérias primas até a obtenção do produto final engloba um número considerável de processos produtivos, tais como lavra, britagem, moagem, filtragem, pelotamento, processamento térmico, redução, fusão e refino, lingotamento contínuo, conformação mecânica, etc. Salienta-se que existe um forte impacto da qualidade intrínseca dos minérios sobre a produtividade destes processos.

Chaves e Peres (2012), afirmam que a estabilidade dos processos, assim como a melhoria dos resultados atuais e o desenvolvimento de novas tecnologias, dependem fortemente do conhecimento dos parâmetros intrínsecos dos materiais, muito especialmente os atributos mineralógicos. Muitos estudos têm sido conduzidos em escala de laboratórios e são poucos os realizados em escala industrial, devido principalmente à escassez de informações sobre a mineralogia dos tipos e das misturas de minérios de ferro empregados nos processos.

Diante disso, torna-se de grande importância o equacionamento de modelos para nortear a formação e otimização de misturas de minérios de ferro de modo a aumentar a produtividade e reduzir o consumo de energia do processo de moagem sem deixar de atender a todas às especificações dos clientes. Nesse contexto, a engenharia da qualidade, com suas técnicas estatísticas, se apresenta como uma maneira de controlar os processos de produção, permitindo identificar e eliminar as causas dos eventuais problemas, conduzindo à melhoria contínua da organização.

Assim sendo, propõe-se desenvolver neste trabalho modelos estatísticos de regressão linear múltipla para o controle das variáveis Índice de Bond (*Work Index*) e Produtividade dos Moinhos de uma usina siderúrgica integrada em função das características mineralógicas de pilhas de minérios de ferro.

## 2. Referencial teórico

### 2.1 O processo de moagem

A moagem é o último estágio do processo de fragmentação. Nesse estágio, as partículas são reduzidas pela combinação de impacto, abrasão, compressão e atrito, a um tamanho adequado à liberação do mineral, geralmente, a ser concentrado nos processos subsequentes. Cada minério tem uma malha ótima para ser moído, dependendo de muitos fatores incluindo a distribuição de mineral útil na ganga e o processo de separação que será usado em seguida.

Para Luz *et al* (2010), a moagem é a área da fragmentação que requer maiores investimentos, maior gasto de energia e é considerada uma operação importante para o bom desempenho de uma instalação de tratamento. A submoagem do minério resulta num produto grosso com liberação parcial do mineral útil inviabilizando o processo de concentração. Neste caso, a recuperação parcial do minério útil e a baixa razão de enriquecimento respondem pela inviabilidade do processo. A sobremoagem também não é desejada, pois ela reduz o tamanho das partículas desnecessariamente, o que acarretará maior consumo de energia e perdas no processo de concentração.

Assim, percebe-se que a moagem deve ser muito bem estudada na etapa de dimensionamento e escolha de equipamento e muito bem controlada na etapa de operação da usina, pois o bom desempenho de uma instalação industrial depende em muito da operação de moagem.

## 2.2 Características mineralógicas

A caracterização mineralógica descreve quais minerais estão presentes no minério. A composição mineralógica é a principal condicionante do comportamento dos minérios nas etapas dos processos de mineração e de siderurgia. Essa composição mineralógica contribui para a melhoria das qualidades físicas das pelotas de minério de ferro e, por consequência, influencia a produtividade da pelotização e o manuseio subsequente das pelotas.

Para Rosière *et al* (1997), todas as características intrínsecas dos minérios estão intimamente relacionadas não somente com a gênese primordial das formações ferríferas e dos minérios associados, mas também com os processos geológicos subsequentes a que foram submetidos. Por isso, esses autores sugeriram a utilização de uma classificação tipológica de minérios de ferro que forneça à indústria mínero-metalúrgica relevantes informações para análise de suas características e a pesquisa de seu melhor aproveitamento, desde a frente de lavra até os processos siderúrgicos.

É fundamental a definição de alguns fatores que devem sempre acompanhar a caracterização de um minério, tais como: mineralogia quantitativa e qualitativa, aspectos de forma e tamanho dos cristais e poros, tipo de trama (para partículas policristalinas), dentre outras.

Nessa classificação, os minérios seriam magnetíticos e hematíticos, dependendo do predomínio de cada um desses constituintes.

Os minérios hematíticos são classificados nos seguintes tipos, dependendo das suas características microscópicas:

- Martíticos - quando forem constatadas evidências do processo de oxidação da magnetita;
- Granulares - quando inexistirem quaisquer evidências de martitização quer por recristalização ou pelo fato de nunca haver existido uma fase intermediária. Nesse contexto enquadram-se também minérios jaspilíticos, de baixo grau de cristalinidade, onde se desenvolve hematita micro ou criptocristalina, em função do baixo grau de metamorfismo por eles sofridos e que poderão ser classificados como microgranulares.
- Especularíticos quando predominarem cristais tabulares, denominados de especularita.

Os minérios goethíticos, considerados nessa classificação, representam casos especiais onde hidróxidos de ferro ocorreriam em proporções elevadas o suficiente para afetarem, mas não inviabilizarem, sua utilização no processo de pelotização. O termo goethítico deverá ocorrer geralmente como adjetivo aos tipos hematíticos martíticos, granulares, especulares e/ou magnetíticos.

## 2.3 Conceitos Estatísticos

Nos modelos de regressão linear múltiplos (MRLM), a variável dependente ou resposta  $Y$  pode estar relacionada com  $k$  variáveis explicativas ou independentes.

A equação 1 mostra o MRLM apresentado por Montgomery e Runger (2009).

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad \text{Equação 1}$$

Os parâmetros  $\beta_j$ ,  $j = 0, \dots, k$  são chamados de coeficientes de regressão. Este modelo descreve um hiperplano no espaço  $k$ -dimensional.

Ainda em consonância com os autores supracitados, torna-se necessária a suposição de que os erros sejam variáveis aleatórias, não correlacionadas com média zero e variância constante para que se possa estimar os parâmetros do mesmo. Já os testes de hipóteses e a estimação de intervalos de confiança requerem que os erros sejam normalmente distribuídos.

Os resíduos são definidos de acordo com a equação 2 apresentada a seguir.

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad \text{Equação 2}$$

Sua padronização estatística requer que os mesmos distribuídos normalmente, ou seja, 95% deles devem estar dentro do intervalo  $(-2, 2)$ . Segundo Chagas (2008), os pontos fora desse intervalo podem indicar a presença de *outliers*, que são observações não usuais que devem ser analisadas pelos analistas do processo. Frequentemente é útil plotar os resíduos contra os valores estimados da variável resposta. O gráfico resultante não deve apresentar nenhuma tendenciosidade.

Já o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) mede a proporção de variabilidade presente nas observações da variável resposta que é explicada pelo uso das variáveis regressoras no modelo. Entretanto um alto valor de  $R^2$  não significa que o modelo encontrado seja bom, pois a adição de uma variável ao modelo pode aumentar  $R^2$ , independente da variável adicional ser estatisticamente significativa. Por isso, é necessário compará-lo com o  $R^2$  ajustado, que é sensível a entrada de novas variáveis.

Para se validar os modelos estatísticos, deve-se atentar principalmente para dois testes de hipóteses, quais sejam: teste de hipótese para os parâmetros do modelo (Teste *T-Student*) e teste de hipótese para a significância da regressão (Teste *F-Snedecor*). A partir da comparação entre o valor do nível descritivo calculado (*p-value*) e o nível de significância adotado, analisa-se se a hipótese nula será aceita ou rejeitada. Há rejeição da hipótese nula quando o nível descritivo é menor que o nível de significância utilizado.

Em problemas de regressão linear múltipla pode ocorrer, além da dependência entre a variável resposta  $y$  e os regressores  $x$ , também a dependência entre os próprios regressores. Quando essas dependências forem fortes tem-se problemas de multicolinearidade. Ela pode acarretar efeitos para as estimativas dos coeficientes de regressão e na aplicabilidade do modelo estimado. Uma maneira de detectar a presença de multicolinearidade é através da análise dos Fatores de Inflação da Variância (*Variance Inflation Factors - VIF*). Quanto maior for o valor do VIF, maior será a multicolinearidade.

### 3. Metodologia

Realizou-se a análise de um banco de dados contendo 19 variáveis causas (preditoras) a saber: Hematita Lamelar Monocristalina, Hematita Granular Monocristalina, Hematita Lamelar Policristalina, Hematita Granular Policristalina, Hematita Monocristalina, Hematita Policristalina, Hematita Lamelar, Hematita Granular, Martita, Martita Compacta, Martita Porosa, Hematita Total, Magnetita, Goethita, Agregado Terroso, Hidróxido de Ferro Total, Quartzo, Gibbssita e Outros. Como variáveis respostas foram utilizadas o índice de moabilidade dos minérios das pilhas e o índice de produtividade dos moinhos.

A variável índice de moabilidade dos minérios de cada pilha foi avaliada pelo índice de Bond (*Work Index*) que, de acordo com a NBR 11376, corresponde, numericamente, ao trabalho necessário para reduzir uma tonelada de minério, desde um tamanho teoricamente infinito, até 80% da massa passante em 106 $\mu$ m. É medido em em *kilowatt*-hora por tonelada (kWh/ton) de minério moído, possibilitando, portanto, através de sua determinação, o cálculo da energia necessária para se moer o minério. Já a variável produtividade representa a produção em toneladas por hora (ton/h) de minério de ferro na etapa de moagem de cada pilha.

O banco de dados foi enviado pela empresa no formato *EXCEL*<sup>®</sup> contendo planilhas com as descrições das características mineralógicas de 32 pilhas de minério de ferro.

Para melhor compreensão e julgamento estatístico do banco de dados, antes de serem efetuadas as modelagens estatísticas, fez-se uma análise descritiva das características químicas das pilhas de minérios de ferro utilizando o *software* MINITAB em sua versão 16.

Feito isso, desenvolveu-se modelos estatísticos de regressão linear múltipla para as duas variáveis respostas. Para tanto, novamente empregou-se o *software* MINITAB. A modelagem estatística compreendeu as seguintes etapas:

- Selecionou-se o banco de dados, isto é, a matriz de variáveis explicativas e as variáveis respostas que seriam estudadas;
- Determinou-se a matriz de correlação entre as variáveis explicativas;
- Analisou-se a correlação entre estas variáveis;
- Dispôs-se as variáveis em vários subgrupos formando assim diversas configurações e combinações para o mesmo banco de dados visando minimizar os efeitos da multicolinearidade;

- Usou-se a rotina Análise de Regressão para elaboração de modelos de regressão linear múltipla para cada combinação pesquisada;
- Fez-se a retirada de variáveis seguindo o critério do *P-Value*, isto é, retirou-se a variável que apresentava o maior *P-Value* e aplicou-se a rotina Análise de Regressão novamente até todas as variáveis se tornarem significativas para o modelo ( $P\text{-Value} < 0,05$ );
- Em seguida, fez-se uma análise de vários parâmetros estatísticos ( $R^2$  e  $R^2$ ajustado, VIF, *P-Value*), de diversos gráficos bem como uma análise residual de cada modelo gerado;
- Selecionou-se os modelos estatisticamente corretos.

## 4. Resultados e Discussões

### 4.1 Estatística descritiva das características mineralógicas

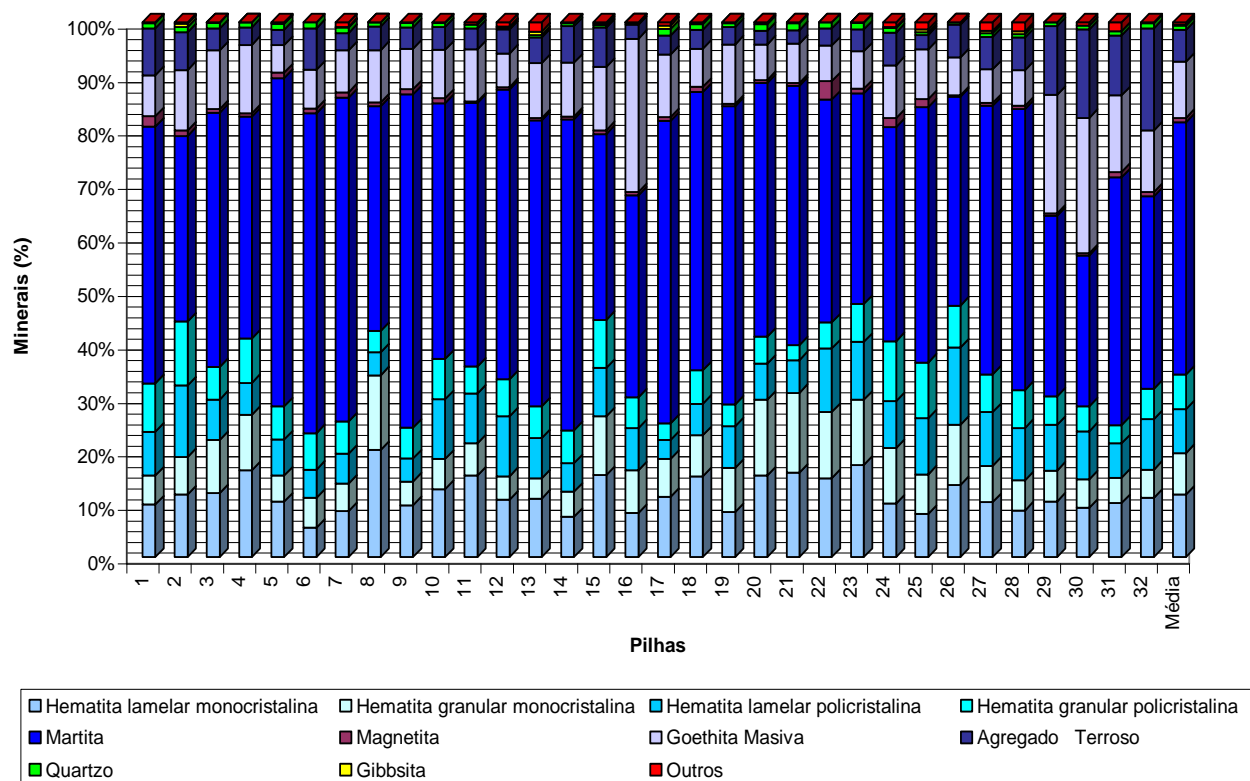
Em relação aos minerais de ferro, a hematita é a fase mineralógica mais abundante seguida do hidróxido de ferro, magnetita, quartzo, gibbsita e outros. O valor médio (% em peso) da hematita é da ordem de 81,21% enquanto que o hidróxido de ferro apresenta uma média de 16,41%. A pilha 30 apresenta uma maior concentração de hidróxido (em torno de 40%) sendo que este alto valor em relação à média acarretará maior perda por calcinação (PPC) e conseqüentemente será exigido um maior aporte térmico (maior consumo de combustível) na etapa de queima das pelotas.

O teor de magnetita médio nas pilhas está em torno de 0,864%. Os maiores valores de magnetita são encontrados nas pilhas 1, 22, 24, 25 cujos valores são respectivamente: 1,91%; 3,47%; 1,69%; 1,53%. Um maior valor de magnetita implica em uma maior liberação de energia na etapa de queima do processo de pelotização, uma vez que a reação de oxidação da magnetita é exotérmica. As demais mineralogias: quartzo, gibbsita e outros cujas médias são respectivamente 0,831%, 0,179% e 0,422% estão em menor quantidade refletindo o elevado teor em minerais de ferro e baixos valores para elementos deletérios.

A hematita pode ser dividida nas seguintes categorias tipológicas: martita (47,10%), hematita lamelar monocristalina (11,679%), hematita granular monocristalina (7,778%), hematita lamelar policristalina (8,204%) e hematita granular policristalina (6,447%). A figura 1 ilustra

isso. Nota-se que a martita é a principal categoria tipológica de hematita que compõem as 32 pilhas estudadas.

Figura 1 – Composição mineralógica para diferentes pilhas de minério de ferro (% em peso)



Na tabela 1 são apresentados os resultados dos valores máximos e mínimos, média e desvio padrão das variáveis causas. Em seguida, na tabela 2 é apresentada a estatística descritiva de cada uma das duas variáveis respostas estudadas.

Tabela 1 – Estatística descritiva para as variáveis causas das características mineralógicas estudadas

Mineral	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão
<b>Hematita lamelar monocristalina</b>	5,520	20,020	11,679	3,275
<b>Hematita granular monocristalina</b>	3,790	14,960	7,778	3,233
<b>Hematita monocristalina</b>	11,060	34,010	19,460	6,020
<b>Hematita lamelar policristalina</b>	3,560	14,500	8,204	2,666
<b>Hematita granular policristalina</b>	2,800	11,940	6,447	2,184
<b>Hematita policristalina</b>	6,660	25,320	14,651	4,221
<b>Hematita lamelar</b>	10,810	28,110	19,883	4,347
<b>Hematita granular</b>	8,100	21,550	14,225	3,759
<b>Hematita</b>	56,440	89,720	81,210	7,750
<b>Martita compacta</b>	9,140	38,140	24,120	7,500
<b>Martita porosa</b>	13,500	38,980	22,980	7,900
<b>Martita</b>	28,250	62,400	47,100	9,100
<b>Magnetita</b>	0,250	3,470	0,864	0,610



<b>Goethita massiva</b>	5,160	28,630	10,504	5,391
<b>Agregado terroso</b>	2,530	19,120	5,910	4,000
<b>Hidróxido de ferro</b>	8,030	41,880	16,410	7,950
<b>Quartzo</b>	0,320	1,290	0,831	0,276
<b>Gibbsita</b>	0,000	0,660	0,179	0,214
<b>Outros</b>	0,000	1,730	0,422	0,585

Tabela 2 – Estatística descritiva para as variáveis respostas das características mineralógicas estudadas

<b>Resultados</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>
<b>Índice de Bond (kWh/ton)</b>	8,080	12,130	10,595	0,859
<b>Produtividade (ton/h)</b>	287,000	371,130	349,560	18,350

## 4.2 Modelagem Estatística

Após a análise via estatística descritiva, apresenta-se os modelos estatísticos encontrados. Ressalta-se que a análise residual para validação dos modelos é apresentada no anexo A.

Na tabela 3 são apresentados os melhores modelos das combinações formadas que atenderam rigorosamente aos parâmetros estatísticos pré-estabelecidos para a variável resposta Índice de Bond.

Tabela 3 - Modelos estatisticamente corretos para índice de bond relacionado às características mineralógicas

<b>MODELOS PARA O ÍNDICE DE BOND</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>R<sup>2</sup><sub>aj.</sub></b>	<b>P-Value</b>	<b>VIF</b>	<b>C-p</b>	<b>N</b>
$\text{ÍNDICE DE BOND} = - 1,40 + 0,118 \text{ MC} + 0,0765 \text{ MP} + 0,412 \text{ MAGNETITA} + 0,186 \text{ GOETHITA} + 0,963 \text{ QUARTZO} + 0,427 \text{ OUTROS} + 0,199 \text{ HL}$	81,0%	71,6%	Constante 0,562 MC 0,001 MP 0,005 MAGNETITA 0,003 GOETHITA 0,000 QUARTZO 0,006 OUTROS 0,005 HL 0,000	- 9,1 6,2 1,2 7,2 1,6 1,4 6,5	8	7
$\text{ÍNDICE DE BOND} = - 9,80 + 0,210 \text{ HEMATITA} - 0,0224 \text{ MARTITA} + 0,479 \text{ MAGNETITA} + 0,254 \text{ GOETHITA} + 0,970 \text{ QUARTZO} + 0,730 \text{ OUTROS}$	80,9%	73,3%	Constante 0,017 HEMATITA 0,000 MARTITA 0,048 MAGNETITA 0,001 GOETHITA 0,000 QUARTZO 0,005 OUTROS 0,000	- 8,0 1,2 1,2 8,1 1,6 2,1	7	6
$\text{ÍNDICE DE BOND} = 6,98 + 0,0719 \text{ HLM} + 0,155 \text{ HGP} + 0,101 \text{ GOETHITA} - 0,0934 \text{ AT} + 1,14 \text{ QUARTZO} + 0,419 \text{ OUTROS} + 0,322 \text{ MAGNETITA}$	77,8%	67,5%	Constante 0,000 HLM 0,018 HGP 0,008 GOETHITA 0,000 AT 0,008 QUARTZO 0,009 OUTROS 0,015 MAGNETITA 0,032	- 1,4 1,6 1,7 1,5 2,0 1,5 1,3	8	7
$\text{ÍNDICE DE BOND} = 1,81 + 0,151 \text{ HLM} + 0,222 \text{ HLP} + 0,0904 \text{ MC} + 0,0707 \text{ MP} + 0,273 \text{ MAGNETITA} + 0,124 \text{ GOETHITA}$	76,5%	65,6%	Constante 0,397 HLM 0,001 HLP 0,000 MC 0,004 MP 0,006 MAGNETITA 0,035 GOETHITA 0,001	- 3,6 2,5 9,2 6,4 1,3 6,5	7	6

Dentre os modelos encontrados, apresentou-se modelos estatisticamente corretos de regressão linear múltipla. Nota-se que as características mineralógicas explicam de maneira razoavelmente satisfatória o índice de bond.

Analisando os parâmetros estatísticos, percebe-se que na primeira e na última equação o *P-Value* das constantes (0,562 e 0,397, respectivamente) são superiores a 0,05, donde pode-se propor a construção de modelos sem o termo independente.

Os valores para os coeficientes de determinação ( $R^2$ ), mostram que no mínimo 76,5% da variabilidade presente nas observações do índice de bond são explicadas pelas variáveis causas presentes nos modelos encontrados, além dos valores de  $R^2$  se encontrarem próximos dos valores de  $R^2_{ajustado}$ .

Na tabela 4 são apresentados os melhores modelos das combinações formadas que atenderam rigorosamente aos parâmetros estatísticos pré-estabelecidos para a variável resposta Produtividade.

Tabela 4 - Modelos estatisticamente corretos para a produtividade relacionada às características mineralógicas

MODELOS PARA PRODUTIVIDADE	$R^2$	$R^2_{aj.}$	P-Value	VIF	C-p	N
PRODUTIVIDADE = 373 + 1,90 HGM - 3,79 HGP + 5,00 MAGNETITA + 0,483 AT - 27,4 QUARTZO + 30,1 GIBBSITA - 3,39 OUTROS	94,6%	92,4%	Constante 0,000 HGM 0,000 HGP 0,000 MAGNETITA 0,000 AT 0,001 QUARTZO 0,000 GIBBSITA 0,000 OUTROS 0,013	- 1,7 1,6 1,2 1,3 2,1 1,9 2,2	8	7
PRODUTIVIDADE = 376 + 1,92 HGM - 3,84 HGP + 4,30 MAGNETITA - 26,2 QUARTZO + 21,6 GIBBSITA	92,9%	90,9%	Constante 0,000 HGM 0,000 HGP 0,000 MAGNETITA 0,000 QUARTZO 0,000 GIBBSITA 0,000	- 1,3 1,6 1,2 2,0 1,1	6	5
PRODUTIVIDADE = 289 + 1,56 HG + 0,778 HL + 1,02 GOETHITA + 15,3 QUARTZO + 20,5 GIBBSITA	86,9%	82,9%	Constante 0,000 HG 0,000 HL 0,007 GOETHITA 0,000 QUARTZO 0,000 GIBBSITA 0,000	- 1,7 1,8 1,5 1,3 1,2	6	5
PRODUTIVIDADE = 504 - 5,95 HGP - 1,97 HLM - 1,29 MARTITA - 1,27 HF - 14,0 QUARTZO + 21,3 GIBBSITA - 5,16 OUTROS	84,3%	77,4%	Constante 0,000 HGP 0,000 HLM 0,006 MARTITA 0,000 HF 0,000 QUARTZO 0,003 GIBBSITA 0,001 OUTROS 0,014	- 2,0 4,2 7,4 8,8 2,0 1,8 2,0	8	7

Vários foram os modelos encontrados, dentre os quais destaca-se os modelos supracitados que atenderam aos critérios estatísticos pré-estabelecidos. Percebe-se que as características mineralógicas explicam de maneira bastante satisfatória a produtividade dos moinhos.

Nota-se que, neste caso, também não houve a necessidade de propor modelos sem interceptos, uma vez que todos os *P-Values* se encontram dentro da faixa de aceitação, ou seja, menores que 0,05. Além disso, os valores do VIF (*Variance Inflation Factors* - Fatores de Inflação da Variância) se encontram abaixo de 10, o que significa a inexistência do problema de multicolinearidade.

Os valores para os coeficientes de determinação ( $R^2$ ), mostram que no mínimo 84,3% da variabilidade presente nas observações da variável resposta redutibilidade são explicadas pelas variáveis causas presentes nos modelos encontrados, além dos valores de  $R^2$  se encontrarem muito próximos dos valores de  $R^2_{ajustado}$ .

## 5. Conclusões

A metodologia utilizada mostrou-se satisfatória para desenvolvimento de modelos de regressão linear estatisticamente corretos das variáveis respostas em função das variáveis explicativas.

Com base nas informações contidas neste material e no que foi exposto até aqui, pode-se fazer algumas inferências sobre os modelos de regressão linear múltipla encontrados, quais sejam:

- **Variável Resposta Índice de Bond**

Mediante as equações encontradas para o índice de bond, conclui-se que as características mineralógicas dos minérios de ferro conseguem explicar esta variável. Foram obtidos quatro modelos através dos quais ficou evidente a importâncias das variáveis explicativas goethita, magnetita, martita compacta, martita porosa e quartzo, sendo que todas elas provocam um aumento do índice de bond e conseqüentemente do consumo de energia elétrica.

- **Variável Resposta Produtividade dos Moinhos**

Para esta variável encontrou-se quatro equações que atenderam rigorosamente aos critérios estatísticos pré-estabelecidos. Assim sendo, conclui-se mais uma vez que as características mineralógicas dos minérios de ferro conseguem explicar a produtividade dos moinhos. Diante dos modelos obtidos, verificou-se que as variáveis quartzo e hematita granular policristalina

proporcionam uma diminuição da produtividade dos moinhos. Por outro lado, estas mesmas equações apontam que as variáveis gibbsita e hematita granular monocristalina ajudam a melhorar a produtividade dos moinhos.

Por fim, ressalta-se que a formulação destes modelos de regressão linear múltipla permitirá à empresa a otimizar suas misturas de minérios de ferro no intuito de aumentar a produtividade e reduzir o consumo de energia elétrica no processo de moagem.

## REFERÊNCIAS

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Moinho de bolas, determinação do índice de trabalho: NBR 11376*. Rio de Janeiro, 1990.

CHAGAS, T. T. R. *A moabilidade na moagem secundária de pellet-feeds de minérios de ferro em função da mineralogia, química e microestrutura*. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Rede Temática em Engenharia de Materiais, 2008.

CHAVES, A. P. ; PERES, A.E.C. *Teoria e Prática do Tratamento de Minérios - Britagem, peneiramento e moagem*. Volume 3, 5ª ed. Oficina de Textos: São Paulo, 2012.

LUZ, A. B; FIGUEIRA, H. V. O; ALMEIDA, S. L. M.. *Tratamento de minérios*. 5ª ed. CETEM/MCT: Rio de Janeiro, 2010.

MONTGOMERY, D. C; RUNGER, G. C. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros – 4ª Edição*. LTC: Rio de Janeiro, 2009.

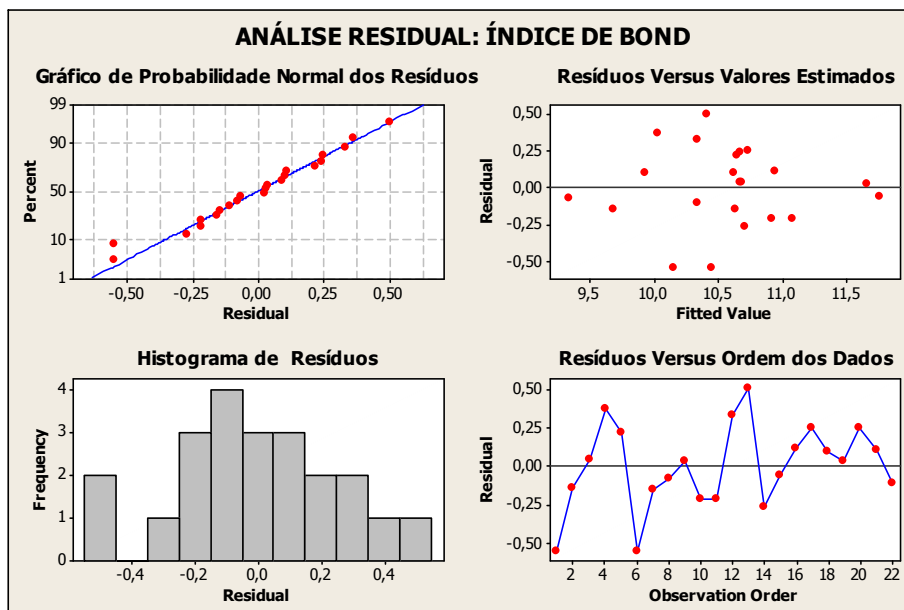
ROSIÈRE, C. A; VIEIRA, C. B; SESHADRI, V; CHEMALE Jr., F. *Classificação Genética de Minérios de Ferro – Problemas e Vícios – Proposta de uma Classificação Tipológica para a Indústria*. In: 28º Seminário de Redução de Minério de Ferro, ABM: São Paulo, 1997.

## ANEXO A – Análise Residual dos Modelos Estatísticos

### Características Mineralógicas - Índice de Bond

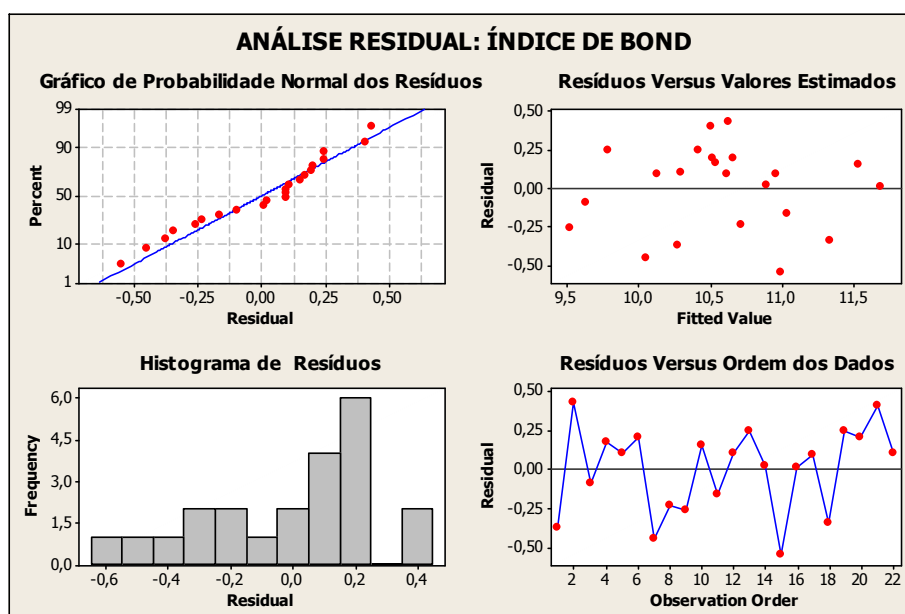
#### Equação 1:

$$\text{ÍNDICE DE BOND} = - 1,40 + 0,118 \text{ MC} + 0,0765 \text{ MP} + 0,412 \text{ MAGNETITA} + 0,186 \text{ GOETHITA} + 0,963 \text{ QUARTZO} + 0,427 \text{ OUTROS} + 0,199 \text{ HL}$$



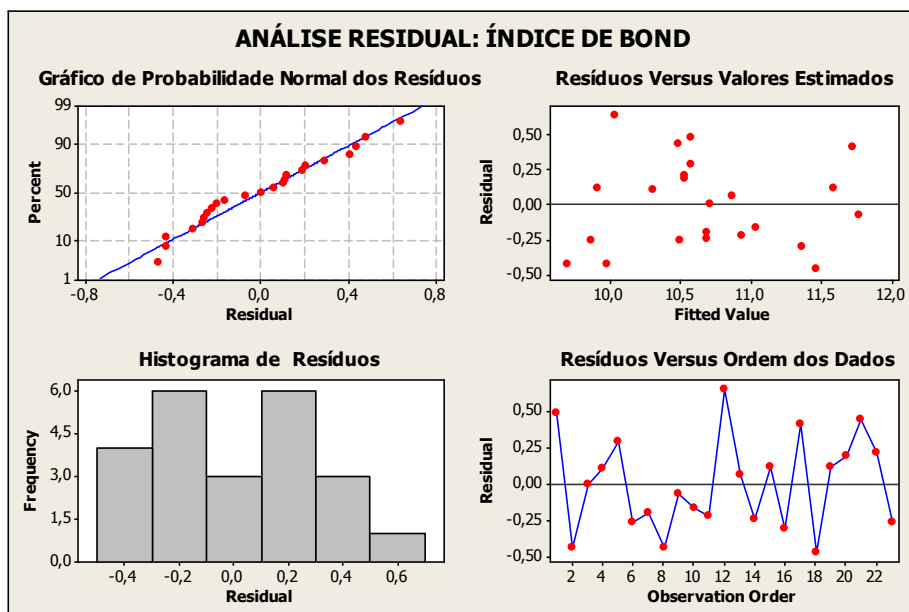
#### Equação 2:

$$\text{ÍNDICE DE BOND} = - 9,80 + 0,210 \text{ HEMATITA} - 0,0224 \text{ MARTITA} + 0,479 \text{ MAGNETITA} + 0,254 \text{ GOETHITA} + 0,970 \text{ QUARTZO} + 0,730 \text{ OUTROS}$$



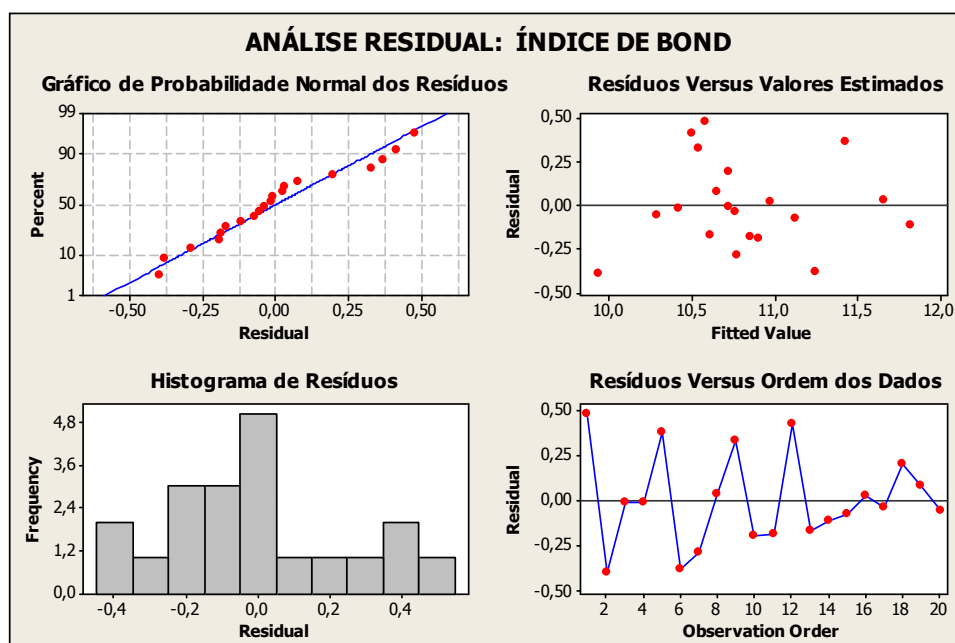
### Equação 3:

$$\text{ÍNDICE DE BOND} = 6,98 + 0,0719 \text{ HLM} + 0,155 \text{ HGP} + 0,101 \text{ GOETHITA} - 0,0934 \text{ AT} \\ + 1,14 \text{ QUARTZO} + 0,419 \text{ OUTROS} + 0,322 \text{ MAGNETITA}$$



### Equação 4:

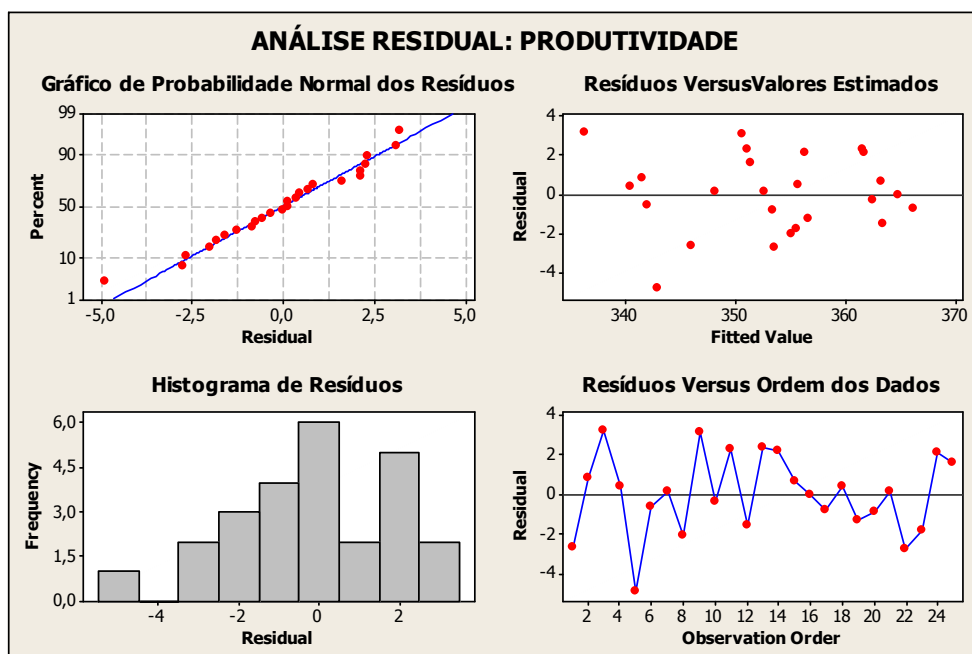
$$\text{ÍNDICE DE BOND} = 1,81 + 0,151 \text{ HLM} + 0,222 \text{ HLP} + 0,0904 \text{ MC} + 0,0707 \text{ MP} \\ + 0,273 \text{ MAGNETITA} + 0,124 \text{ GOETHITA}$$



## Características Mineralógicas - Produtividade

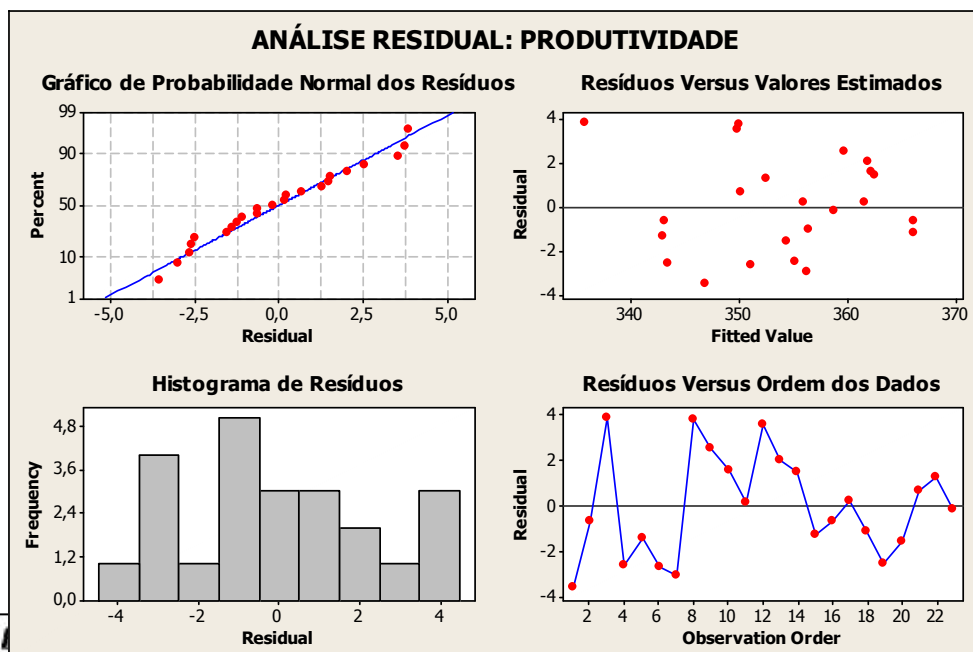
### Equação 1:

$$\text{PRODUTIVIDADE} = 373 + 1,90 \text{ HGM} - 3,79 \text{ HGP} + 5,00 \text{ MAGNETITA} + 0,483 \text{ AT} \\ - 27,4 \text{ QUARTZO} + 30,1 \text{ GIBBSITA} - 3,39 \text{ OUTROS}$$



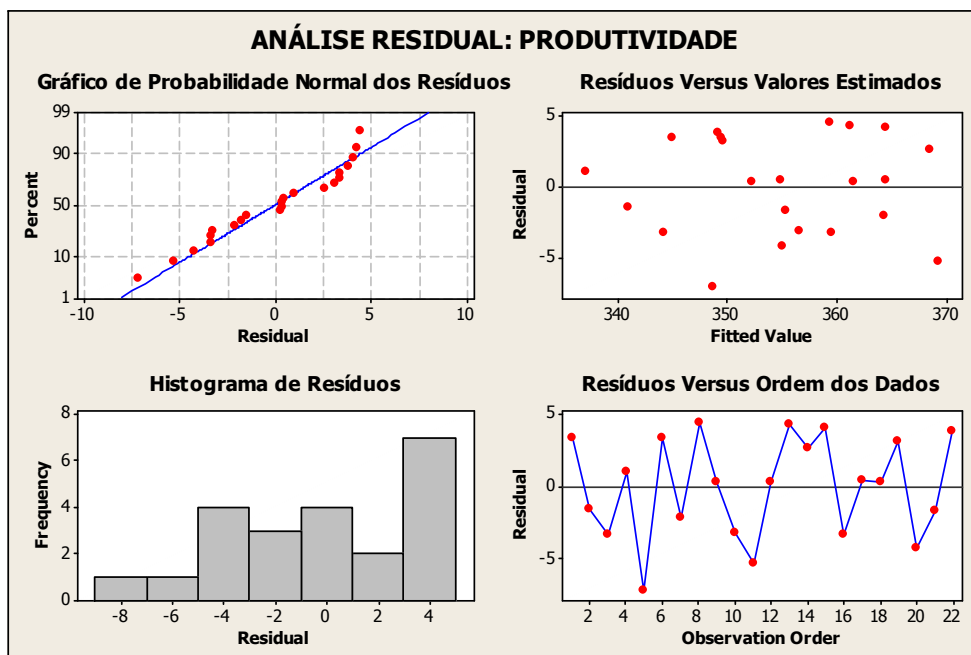
### Equação 2:

$$\text{PRODUTIVIDADE} = 376 + 1,92 \text{ HGM} - 3,84 \text{ HGP} + 4,30 \text{ MAGNETITA} - 26,2 \text{ QUARTZO} \\ + 21,6 \text{ GIBBSITA}$$



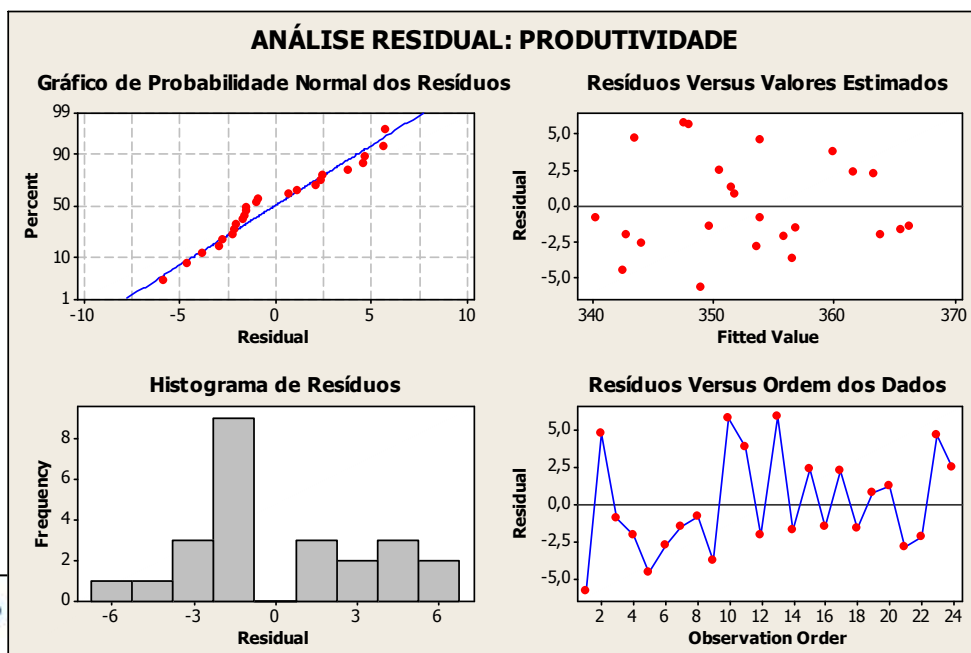
**Equação 3:**

$$\text{PRODUTIVIDADE} = 289 + 1,56 \text{ HG} + 0,778 \text{ HL} + 1,02 \text{ GOETHITA} + 15,3 \text{ QUARTZO} + 20,5 \text{ GIBBSITA}$$



**Equação 4:**

$$\text{PRODUTIVIDADE} = 504 - 5,95 \text{ HGP} - 1,97 \text{ HLM} - 1,29 \text{ MARTITA} - 1,27 \text{ HF} - 14,0 \text{ QUARTZO} + 21,3 \text{ GIBBSITA} - 5,16 \text{ OUTROS}$$







## XXXV ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Perspectivas Globais para a Engenharia de Produção  
Fortaleza, CE, Brasil, 13 a 16 de outubro de 2015.